

Daftar Isi:

BAB I PENDAHULUAN..... 1

1.1 Latar Belakang.....1

1.2 RUMUSAN MASALAH.....1

BAB II PEMBAHASAN.....3

2.1 Pengertian Dasar Ilmu Matematika dan Matematika Bisnis.....3

2.2 Definisi Fungsi Kuadrat.....4

2.3 Definisi Fungsi Kubik.....6

2.4 Fungsi Eksponensial dan Logaritmik.....10

2.5 Definisi Fungsi Permintaan, Penawaran, Dan Keseimbangan Pasar.....13

2.6 Definisi Fungsi Biaya.....21

2.7 Definisi Fungsi Penerimaan.....24

2.8 Definisi Keuntungan, Kerugian dan Pulang Pokok.....24

2.9 Definisi Fungsi Utilitas.....26

2.10 Definisi Fungsi Produksi / Persamaan Produksi.....29

2.11 Kurva Transformasi Produk.....30

BAB III PENUTUP..... 32

3.1 Kesimpulan.....32

DAFTAR PUSTAKA.....33

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Istilah *mathematics* (dalam bahasa Inggris) berasal dari perkataan latin *mathematica*, yang mulanya diambil dari perkataan Yunani, *mathematike*, yang berarti “relating to learning”. Perkataan *matematika* berhubungan sangat erat dengan sebuah kata lainnya yang serupa, yaitu *mathanein* yang mengandung arti belajar (berpikir). Jadi, perkataan *matematika* berarti “ilmu pengetahuan yang diperoleh dengan bernalar”.

Konsep “fungsi” merupakan hal yang penting dalam berbagai cabang matematika. Pengertian fungsi dalam matematika berbeda dengan pengertian dalam kehidupan sehari-hari. Dalam pengertian sehari-hari fungsi bermakna guna atau manfaat. Kata fungsi dalam matematika sebagaimana diperkenalkan oleh Leibniz (1646-1716) digunakan untuk menyatakan suatu hubungan atau kaitan yang khas antara dua himpunan, sehingga fungsi dapat dikatakan hal yang istimewa dari suatu relasi antara dua himpunan. Penerapan fungsi dalam ekonomi dan bisnis merupakan salah satu bagian yang sangat penting untuk dipelajari, karena model-model ekonomi yang berbentuk matematika biasanya dinyatakan dengan fungsi.

1.2. RUMUSAN MASALAH

Untuk mengkaji dan mengulas tentang aplikasi fungsi non linear pada bisnis, maka diperlukan sub-pokok bahasan yang saling berhubungan, sehingga penulis membuat rumusan masalah sebagai berikut:

- (1) Bagaimana pengertian dasar ilmu matematika dan matematika bisnis?
- (2) Bagaimana identifikasi fungsi kuadrat?
- (3) Bagaimana identifikasi fungsi kubik?
- (4) Bagaimana identifikasi fungsi eksponensial dan logaritmik?
- (5) Bagaimana penerapan fungsi permintaan, penawaran, dan keseimbangan pasar dalam perekonomian?

- (6) Bagaimana penerapan fungsi biaya dalam perekonomian?
- (7) Bagaimana identifikasi fungsi penerimaan?
- (8) Bagaimana keuntungan/kerugian dan pulang pokok?
- (9) Bagaimana penerapan fungsi utilitas dalam perekonomian?
- (10) Bagaimana penerapan fungsi produksi dalam perekonomian?
- (11) Bagaimana kurva tranformasi produk?

BAB II

PEMBAHASAN

HUBUNGAN NON LINEAR

2.1 Pengertian Dasar Ilmu Matematika dan Matematika Bisnis

James dan James (1976) dalam kamus matematikanya mengatakan bahwa matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran, dan konsep-konsep yang berhubungan satu dengan yang lainnya dengan jumlah yang banyak yang terbagi ke dalam tiga bidang, yaitu aljabar, analisis dan geometri. Johnson dan Rising (1972) dalam bukunya mengatakan bahwa matematika adalah pola pikir, pola mengorganisasikan, pembuktian yang logik, matematika itu adalah bahasa yang menggunakan istilah yang didefinisikan dengan cermat, jelas, dan akurat, representasinya dengan simbol dan padat, lebih berupa bahasa simbol mengenai ide dari pada mengenai bunyi. Sementara Reys, dkk. (1984) mengatakan bahwa matematika adalah telaah tentang pola dan hubungan, suatu jalan atau pola pikir, suatu seni, suatu bahasa, dan suatu alat. Berdasarkan pendapat di atas, maka disimpulkan bahwa ciri yang sangat penting dalam matematika adalah disiplin berpikir yang didasarkan pada berpikir logis, konsisten, inovatif dan kreatif.

Matematika berfungsi mengembangkan kemampuan menghitung, mengukur, menurunkan dan menggunakan rumus matematika yang diperlukan dalam kehidupan sehari-hari melalui pengukuran dan geometri, aljabar, peluang dan statistik, kalkulus dan trigonometri. Matematika juga berfungsi mengembangkan kemampuan mengkomunikasikan gagasan melalui model matematika yang dapat berupa kalimat matematika dan persamaan matematika, diagram, grafik atau tabel.

Matematika bisnis merupakan salah satu ilmu matematika terapan, dimana masalah yang muncul dalam ekonomi / bisnis seperti biaya, harga, upah, tenaga kerja, permintaan dan penawaran, penghasilan dan laba, produksi dan sebagainya diselesaikan dengan menggunakan analisis matematika untuk mendapatkan kesimpulan dan keputusan terbaik. Suatu model ekonomi / bisnis hanya merupakan kerangka teoritis, sehingga model ekonomi / bisnis harus bersifat

matematis. Jika suatu model mempunyai bentuk matematis, biasanya model tersebut terdiri dari himpunan persamaan persamaan yang dibentuk untuk model tersebut.

2.2 Definisi Fungsi Kuadrat

Fungsi Kuadrat adalah Fungsi yang pangkat tertinggi dari variabel adalah dua. Bentuk umum dari fungsi Kuadrat : $y = f(x) = ax^2 + bx + c$

dimana : Y = Variabel terikat

X=Variabel bebas

a, b= koefisien, Dan $a \neq 0$

c = konstanta.

- Ciri-ciri persamaan kuadrat

1. Jika a positif maka gambar membuka ke atas.
2. Jika a negatif maka gambar membuka ke bawah.
3. Semakin besar a, maka gambar semakin sempit.
4. Semakin kecil a maka gambar semakin lebar.
5. Titik puncak membelah gambar sama besar.
6. Titik a merupakan titik potong fungsi dengan sumbu y dimana $x = 0$.
7. Titik b dan c merupakan titik potong fungsi dengan sumbu x dimana $y = 0$.
8. Titik p disebut titik puncak
9. Jika $x = 0$ maka c merupakan titik potong dengan sumbu y

- CARA MENGGAMBAR FUNGSI KUADRAT

- a. Dengan cara sederhana (*curve traicing process*)
- b. Dengan cara matematis (menggunakan ciri-ciri yang penting)

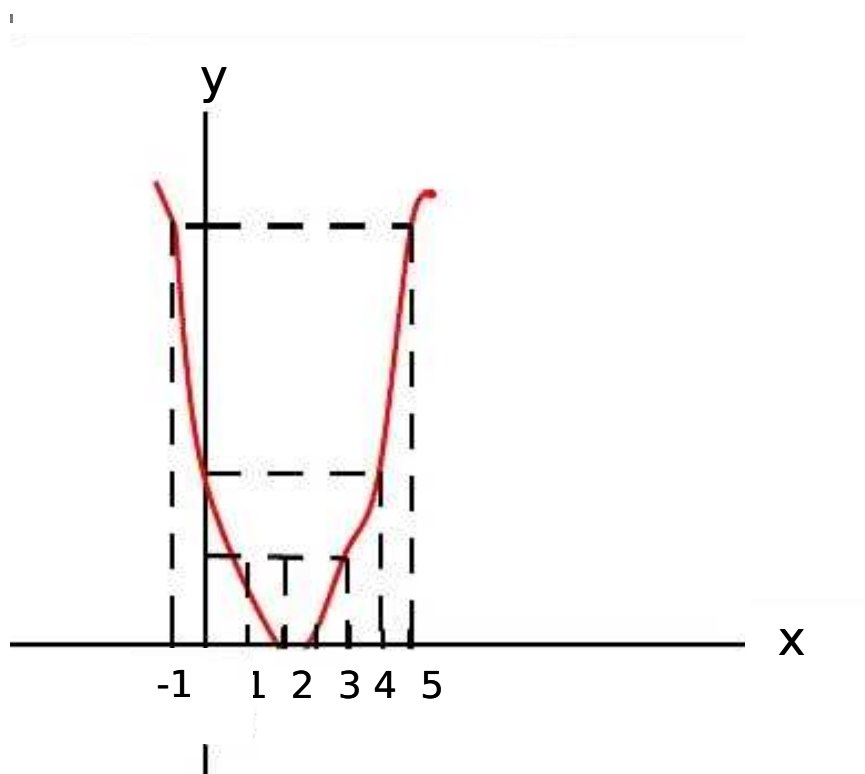
- a. CURVE TRAICING PROCESS

Yaitu dengan menggunakan tabel x dan y, dimana kita tentukan dulu nilai x sebagai variabel bebas, maka dengan memasukkan beberapa nilai x kita akan memperoleh nilai y.

Misalkan $y = x^2 - 5x + 6$

X	-1	0	1	2	3	4	5	6
Y	12	6	2	0	0	2	6	12

Kemudian kita plotkan masing-masing pasangan titik tersebut.



b. CARA MATEMATIS

Yaitu dengan menggambarkan ciri-ciri penting dari fungsi kuadrat, diantaranya :

1. Titik potong fungsi dengan sumbu y, pada $x=0$, maka $y=d$. Jadi titiknya adalah $A(0,d)$.
2. Titik potong fungsi dengan sumbu x, pada $y=0$, maka kita harus mencari nilai Diskriminan (D) terlebih dahulu:

Nilai diskriminan ini akan menentukan apakah parabola vertikal memotong, menyinggung dan atau tidak memotong maupun menyinggung sumbu x.

- Jika nilai $D = b^2 - 4ac$ adalah negatif maka tidak terdapat titik potong pada sumbu x.

- Jika nilai $D = b^2 - 4ac$ adalah positif maka terdapat dua titik potong pada sumbu x. yaitu pada titik :
titik : $(x_1, 0)$ dan $(x_2, 0)$
 - Jika nilai $D = b^2 - 4ac$ adalah nol maka terdapat satu titik potong dengan sumbu x. Titik :
3. Titik puncak, yaitu titik dimana arah dari grafik fungsi kuadrat kembali ke arah semula. Titik puncak :
 4. Sumbu simetri adalah sumbu yang membagi/membelah dua grafik fungsi kuadrat tersebut menjadi dua bagian yang sama besar. Sumbu simetri :

Contoh Soal:

Gambarkan grafik fungsi $y = x^2 - 5x + 6$.

1. Titik potong fungsi dengan sumbu y, pada $x=0$, maka $y=6$. Jadi titiknya adalah

$A(0,6)$.

2. Titik potong fungsi dengan sumbu x, pada $y=0$,

$$D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(1)(6) = 25 - 24 = 1$$

Karena $D=1 > 0$, maka terdapat dua buah titik potong dengan sumbu x.

jadi titiknya $B_1(3,0)$

jadi titiknya $B_2(2,0)$

2.3 Definisi Fungsi Kubik

Fungsi kubik atau fungsi berderajat tiga ialah fungsi yang pangkat tertinggi dari variabelnya adalah pangkat tiga. Setiap fungsi kubik setidaknya - tidaknya mempunyai sebuah titik belok (inflection point), yaitu titik peralihan bentuk kurva dari cekung menjadi cembung atau cembung menjadi cekung. Selain titik belok, sebuah fungsi kubik mungkin pula mempunyai satu titik ekstrim (maksimum atau minimum) atau titik dua ekstrim (maksimum atau minimum).

Ada tidaknya titik ekstrim dalam suatu fungsi kubik tergantung pada besarnya nilai-nilai b, c, dan d di dalam persamaannya. Dengan demikian terdapat beberapa kemungkinan mengenai bentuk kurva suatu fungsi kubik. Fungsi-fungsi kubik hanya mempunyai titik belok, tanpa titik ekstrim.

Persamaan kubik memiliki bentuk umum:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

dengan a tidak nol

Untuk menyelesaikan persamaan ini ada 3 cara yaitu :

1. Memfaktorkan
2. Menyederhanakan Menjadi Bentuk Persamaan Kuadrat
3. Rumus

Penyelesaian Persamaan Kubik dengan Metoda Memfaktorkan

Berikut ini akan dibahas penyelesaian persamaan kubik dengan metoda memfaktorkan untuk kasus-kasus yang sederhana.

Contoh 1:

Tentukan himpunan penyelesaian dari $x^3 - x^2 - 6x = 0$

Jawab :

$$x^3 - x^2 - 6x = 0$$

$$x(x^2 - x - 6) = 0$$

$$x(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = 0 \text{ atau } x = 3 \text{ atau } x = -2$$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{-2, 0, 3\}$

Contoh 2 :

Tentukan himpunan penyelesaian dari $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$

Jawab :

$$x^3 - x^2 - x + 1 = 0$$

$$x^2(x - 1) - (x - 1) = 0$$

$$(x^2 - 1)(x - 1) = 0$$

$$(x - 1)(x + 1)(x - 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ atau } x = -1 \text{ atau } x = 1$$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{-1, 1\}$

Contoh 3 :

Tentukan himpunan penyelesaian dari $x^3 - 2x^2 - 9x + 18 = 0$

Jawab :

$$x^3 - 2x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$x^2(x - 2) - 9(x - 2) = 0$$

$$(x^2 - 9)(x - 2) = 0$$

$$(x + 3)(x - 3)(x - 2) = 0$$

$$x = -3 \text{ atau } x = 3 \text{ atau } x = 2$$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{-3, 2, 3\}$

Contoh 4 :

Himpunan penyelesaian dari $x^3 - 2x^2 - 3x + 6 = 0$ adalah

Jawab :

$$x^3 - 2x^2 - 3x + 6 = 0$$

$$x^2(x - 2) - 3(x - 2) = 0$$

$$(x^2 - 3)(x - 2) = 0$$

$$x^2 = 3 \quad \text{atau } x = 2$$

$x^2 = -2$ tidak mungkin terjadi, jadi x yang memenuhi hanya 2, dengan demikian himpunan penyelesaiannya adalah $\{2\}$

Contoh 5 :

Himpunan penyelesaian dari $2x^3 - x^2 + 4x - 2 = 0$ adalah ...

Jawab :

$$2x^3 - x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$x^2(2x - 1) + 2(2x - 1) = 0$$

$$(x^2 + 2)(2x - 1) = 0$$

$$x^2 = -2 \text{ atau } x = 1/2$$

$x^2 = -2$ tidak mungkin terjadi, jadi x yang memenuhi hanya $1/2$, dengan demikian himpunan penyelesaiannya adalah $\{1/2\}$

Penyelesaian Gabungan Antara Pemfaktoran Dan Rumus ABC

Contoh 6

Himpunan penyelesaian dari persamaan $x^3 - 2x^2 - x = 0$ adalah

Jawab :

$$x^3 - 2x^2 - x = 0$$

$$x(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ atau } x^2 - 2x - 1 = 0$$

Untuk bentuk $x^2 - 2x - 1 = 0$ bisa kita selesaikan dengan rumus ABC

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{0,1\}$

Untuk bentuk bentuk yang sulit difaktorkan, tetapi akar-akarnya masih rasional maka kita bisa menggunakan [metoda horner](#), sedangkan jika akar-akarnya

irasional maka kita gunakan metoda [penyelesaian umum](#) yang mengubah persamaan kubik menjadi persamaan kuadrat. Fungsi Kubik

Mencari :

1. Titik Ekstrims

2. Titik Belok

$$Y = f(X)$$

- Titik Ekstrims pada saat $Y' = 0$
- Titik Maksimum : $Y'' < 0$, pada $Y' = 0$
- Titik Minimum : $Y'' > 0$, pada $Y' = 0$
- Titik belok : $Y'' = 0$, kemudian substitusikan ke fungsi asal, yi $Y = f(X)$

Contoh Soal:

$$C = 1/3Q^3 - 3Q^2 + 8Q + 5$$

$$C = Y \text{ dan } Q = X \text{ (analogi rumus)}$$

Penyelesaian :

$$C' = 0, \text{ maka } 0 = Q^2 - 6Q + 8$$

$$0 = (Q - 4)(Q - 2)$$

$$Q_1 = 4 \text{ dan } Q_2 = 2$$

$$C'' = 0, \text{ maka } 0 = 2Q - 6$$

$$Q_1 = 4, \text{ maka } 0 = 2(4) - 6 = 2 ; (2 > 0)$$

Pada $Q_1 = 4$ merupakan titik minimum

$$Q_1 = 4 ; C = 1/3(4)^3 - 3(4)^2 + 8(4) + 5 = 10,33$$

Jadi pada $Q_1 = 4$, merupakan titik minimum pada $(4 ; 10,33)$

„

$$Q^2 = 2, \text{ pada } C = 2(2) - 6 = -2 ; (-2 < 0)$$

Sehingga pada $Q_2 = 2$ merupakan titik maksimum .

$$Q_2 = 2, \text{ maka } C = 1/3(2)^3 - 3(2)^2 + B(2) + 5 = 11,67$$

Titik maksimum pada (2 ; 11,67)

Mencari titik belok

Titik belok pada saat $C'' = 0$

$$C'' = 2Q - 6 ; 2Q - 6 = 0, \text{ maka } Q = 3$$

$$Q = 3, \text{ maka } C = 1/3(3)^3 - 3(3)^2 + 5 = 11$$

Titik belok pada (3 ; 11)

2.4 Fungsi Eksponensial dan Logaritmik

1. Fungsi Eksponen

Bentuk a^n disebut sebagai bentuk eksponensial atau perpangkatan, dengan a disebut basis atau bilangan pokok dan n disebut eksponen atau pangkat. Eksponen memiliki sifat-sifat sebagai berikut:

$$a^p \times a^q = a^{p+q}$$

$$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

$$(a^p)^q = a^{p \times q}$$

$$a^p \times b^p = (a \times b)^p$$

$$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$$

Bentuk umum dari fungsi eksponen yaitu $y = ax$ dimana $a \geq 0$ dan $a \neq 1$

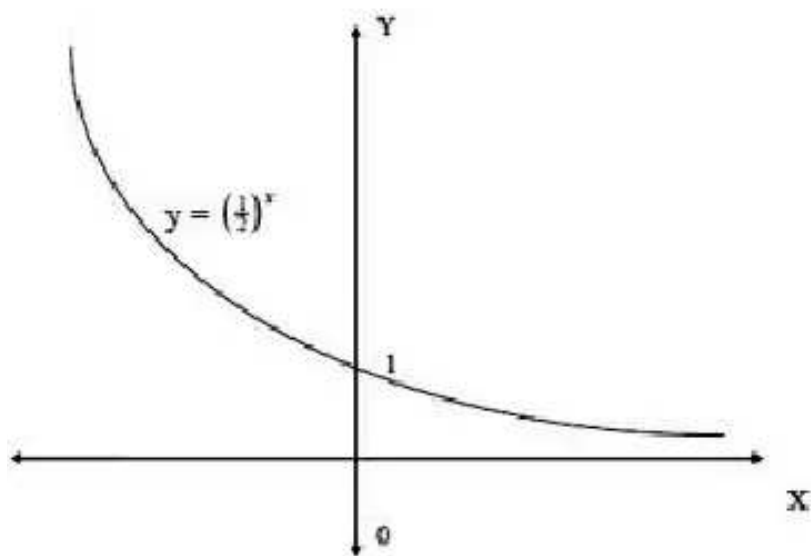
Grafik fungsi $y = ax$, untuk $0 < a < 1$

$$\text{contoh kasus: } y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

Mempunyai sifat-sifat sebagai berikut :

1. Terdefinisi untuk semua $x \in \mathbb{R}$
2. Jika x mempunyai nilai kecil dan negatif maka sebaliknya y bernilai besar dan positif.
3. Jika x mempunyai nilai besar dan positif maka y mendekati nol dan positif.
4. untuk $x = 0$ maka kita peroleh $y = 1$.

Gambar Grafik Fungsinya sebagai berikut :



2. Fungsi Logaritma

Bentuk eksponen atau perpangkatan dapat kita tulis dalam bentuk logaritma. Secara umum dapat ditulis sebagai berikut :

Jika $ab = c$ dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$ maka $a \log c = b$ dalam hal ini a disebut basis atau pokok logaritma dan c merupakan bilangan yang dilogartmakan. Logaritma memiliki sifat-sifat sebagai berikut :

- ${}^a\log 1 = 0$
- ${}^a\log a = 1$
- ${}^a\log \frac{1}{a} = -1$
- ${}^a\log ab = b$
- ${}^a\log b + {}^a\log c = {}^a\log bc$
- ${}^a\log b - {}^a\log c = {}^a\log (b:c)$
- $a^{{}^a\log b} = b$
- ${}^a\log b = {}^c\log b : {}^c\log a$
- ${}^a\log b = 1 : {}^b\log a$
- ${}^a\log b^d = {}^a\log b^{\frac{d}{c}} = \frac{d}{c} {}^a\log b$

Bentuk umum dari fungsi logaritma yaitu Jika $ay = x$ dengan $a \geq 0$ dan $a \neq 1$ maka $y = {}^a\log x$

a. Grafik Fungsi $y = {}^a\log x$ untuk $0 < a < 1$

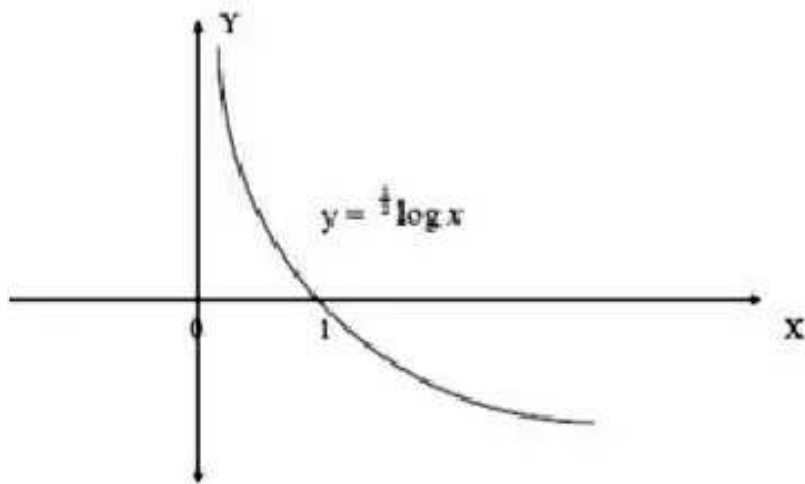
contoh :

$$y = \frac{1}{2} \log x$$

mempunyai sifat-sifat :

1. semua $x > 0$ terdefinisi
2. jika x mendekati 0 maka nilai y besar sekali dan positif
3. untuk $x=1$ maka $y=0$
4. untuk $x > 1$ maka y negatif sehingga jika nilai x semakin besar maka nilai y semakin kecil.

Berikut ini gambar grafiknya.



b. Grafik Fungsi $y = a \log x$ untuk $a > 1$

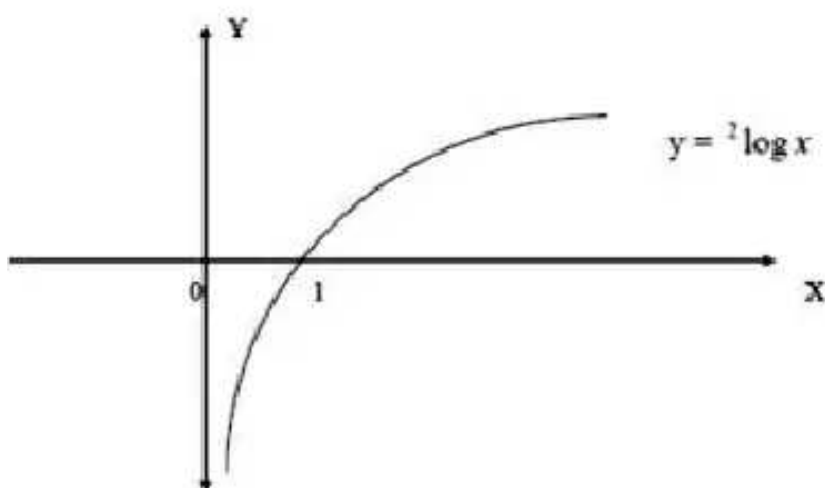
contoh :

$$y = {}^2\log x$$

mempunyai sifat – sifat sebagai berikut :

1. untuk semua $x > 0$ terdefinisi
2. jika x mendekati 0 maka y kecil sekali dan negatif
3. untuk $x=1$ maka $y=0$
4. untuk $x > 1$ maka y positif sehingga jika x semakin besar maka y semakin besar.

Berikut ini gambar grafiknya :



PENERAPAN DALAM EKONOMI

2.5 Definisi Fungsi Permintaan, Penawaran, Dan Keseimbangan Pasar

- Fungsi Permintaan (D)

Fungsi Permintaan adalah persamaan yang menunjukkan hubungan antara jumlah suatu barang yang diminta dengan faktor-faktor yang mempengaruhinya. fungsi permintaan adalah suatu kajian matematis yang digunakan untuk menganalisa perilaku konsumen dan harga. fungsi permintaan mengikuti hukum permintaan yaitu apabila harga suatu barang naik maka permintaan akan barang tersebut juga menurun dan sebaliknya apabila harga barang turun maka permintaan akan barang tersebut meningkat. jadi hubungan antara harga dan jumlah barang yang diminta memiliki hubungan yang terbalik, sehingga gradien dari fungsi permintaan (b) akan selalu negatif.

Bentuk umum fungsi permintaan dengan dua variabel adalah sebagai berikut :

$$Q_d = a - bP_d \quad \text{atau} \quad P_d = -1/b (-a + Q_d)$$

Dimana :

a dan b = adalah konstanta, dimana b harus bernilai negative

$$b = \Delta Q_d / \Delta P_d$$

P_d = adalah harga barang per unit yang diminta

Q_d = adalah banyaknya unit barang yang diminta

Syarat, $P \geq 0$, $Q \geq 0$, serta $dP_d / dQ < 0$

Contoh soal:

Pada saat harga Jeruk Rp. 5.000 perKg permintaan akan jeruk tersebut sebanyak 1000Kg, tetapi pada saat harga jeruk meningkat menjadi Rp. 7.000 Per Kg permintaan akan jeruk menurun menjadi 600Kg, buatlah fungsi permintaannya ?

Pembahasan :

Dari soal diatas diperoleh data :

$$P_1 = \text{Rp. 5.000} \quad Q_1 = 1000 \text{ Kg}$$

$$P_2 = \text{Rp. 7.000} \quad Q_2 = 600 \text{ Kg}$$

untuk menentukan fungsi permintaannya maka digunakan rumus persamaan garis melalui dua titik, yakni :

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$y_2 - y_1 \quad x_2 - x_1$$

dengan mengganti $x = Q$ dan $y = P$ maka didapat,

$$\frac{P - P_1}{P_2 - P_1} = \frac{Q - Q_1}{Q_2 - Q_1}$$

mari kita masukan data diatas kedalam rumus :

$$\frac{P - 5.000}{7.000 - 5.000} = \frac{Q - 1000}{600 - 1000}$$

$$\frac{P - 5.000}{2.000} = \frac{Q - 1000}{-400}$$

$$P - 5.000 (-400) = 2.000 (Q - 1000)$$

$$-400P + 2.000.000 = 2000Q - 2.000.000$$

$$2000Q = 2000.000 + 2.000.000 - 400P$$

$$Q = 1/2000 (4.000.000 - 400P)$$

$$Q = 2000 - 0,2P$$

Jadi Dari kasus diatas diperoleh fungsi permintaan $Q_d = 2000 - 0,2P$

- Fungsi Penawaran (S)

Fungsi penawaran adalah persamaan yang menunjukkan hubungan harga barang di pasar dengan jumlah barang yang ditawarkan oleh produsen. Fungsi penawaran digunakan oleh produsen untuk menganalisa kemungkinan2 banyak barang yang akan diproduksi. Menurut hukum penawaran bila harga barang naik, dengan asumsi ceteris paribus (faktor-faktor lain dianggap tetap), maka jumlah barang yang ditawarkan akan naik, dan sebaliknya apabila harga barang menurun jumlah barang yang ditawarkan juga menurun. jadi dalam fungsi penawaran antara harga barang dan jumlah barang yang ditawarkan memiliki hubungan positif, karenanya gradien (b) dari fungsi penawaran selalu positif.

Bentuk umum dari fungsi penawaran linear adalah sebagai berikut:

$$Q_s = a + bP_s$$

dimana :

a dan b = adalah konstanta, dimana b harus bernilai positif

$$b = \Delta Q_s / \Delta P_s$$

P_s = adalah harga barang per unit yang ditawarkan

Q_s = adalah banyaknya unit barang yang ditawarkan

$P_s \geq 0$, $Q_s \geq 0$, serta $dP_s / dQ_s > 0$

Contoh Soal:

Pada saat harga durian Rp. 3.000 perbuah toko A hanya mampu menjual Durian sebanyak 100 buah, dan pada saat harga durian Rp. 4.000 perbuah toko A mampu menjual Durian lebih banyak menjadi 200 buah. Dari kasus tersebut buatlah fungsi penawarannya ?

Jawab:

Dari soal diatas diperoleh data sebagai berikut:

$$P_1 = 3.000 \quad Q_1 = 100 \text{ buah}$$

$$P_2 = 4.000 \quad Q_2 = 200 \text{ buah}$$

Langkah selanjutnya, kita memasukan data-data diatas kedalam rumus persamaan linear a:

$$\frac{P - P_1}{P_2 - P_1} = \frac{Q - Q_1}{Q_2 - Q_1}$$

$$\frac{P - 3.000}{4.000 - 3.000} = \frac{Q - 100}{200 - 100}$$

$$\frac{P - 3.000}{1.000} = \frac{Q - 100}{100}$$

$$\frac{P - 3.000}{1.000} = \frac{Q - 100}{100}$$

$$\frac{P - 3.000}{1.000} = \frac{Q - 100}{100}$$

$$(P - 3.000)(100) = (Q - 100) (1.000)$$

$$100P - 300.000 = 1.000Q - 100.000$$

$$1.000Q = -300.000 + 100.000 + 100P$$

$$1.000Q = -200.000 + 100P$$

$$Q = 1/1000 (-200.000 + 100P)$$

$$Q = -200 + 0.1P$$

Jadi dari kasus diatas diperoleh Fungsi penawaran : $Q_s = -200 + 0,1P_d$

- Keseimbangan Pasar (E)

1. Keseimbangan pasar satu macam produk

Syarat untuk mencapai ini adalah jumlah produk yang diminta oleh konsumen harus sama dengan jumlah prosuk yang ditawarkan oleh produsen ($Q_d = Q_s$) atau harga produk yang diminta sama dengan produk yang ditawarkan ($P_d = P_s$)

Contoh soal :

Fungsi permintaan ditunjukkan oleh persamaan $Q_d = 10 - 5p$ dan fungsi penawarannya adalah $Q_s = 7 - 2p$

a. Berapakah harga dan jumlah keseimbangan pasar ?

b. Tunjukkan secara geometri !

Jawab :

a. $Q = Q_s$ b.) Gambar keseimbangan pasar

$$10 - 5p = 7 - 2p$$

$$3p = 3$$

$$Q = 10 - 5p$$

$$P = 1$$

$$Q = 10 - 5p$$

$$Q = 5$$

Harga

pasar

Q	0	10
P	2	0

$$Q = 7 - 2p$$

danjumlah keseimbangan

adalah E (5,1)

2. Keseimbangan pasar dua macam produk

Fungsi permintaan dan penawaran dapat perluas menjadi fungsi yang memiliki dua variable bebas yaitu harga produk itu sendiri dan harga produk lain yang saling berhubungan. Misalnya ada dua produk x dan y yang saling berhubungan dimana;

Q_{dx} = Jumlah yang diminta untuk produk x

Q_{dy} = Jumlah yang diminta untuk produk y

P_x = Harga barang x

P_y = Harga barang y

Contoh soal :

Diketahui fungsi permintaan dan penawaran dua macam produk yang memiliki hubungan subsitusi :

$$Q_{dx} = 4 - 2P_x + P_y$$

$$Q_{dy} = -4 + P_x + 5P_y$$

$$Q_{sx} = -8 + 3P_x - 5P_y$$

$$Q_{sy} = 5 - P_x - P_y$$

Carilah keseimbangan pasarnya!

Jawab :

$$Q_{dx} = Q_{sx}$$

$$4 - 2P_x + P_y = -8 + 3P_x - 5P_y$$

$$12 = 5P_x - 6P_y \quad (1)$$

$$\begin{aligned} Q_{dy} &= Q_{sy} \\ -4 + P_x + P_y &= 5 - P_x - P_y \end{aligned}$$

$$9 = 2P_x + 6P_y \quad (2)$$

$$12 = 5P_x - 6P_y$$

$$\underline{9 = 2P_x + 6P_y} \quad +$$

$$21 = 7P_x$$

$$P_x = 3$$

$$9 = 2P_x + 6P_y$$

$$9 = 2(3) + 6P_y$$

$$9 = 6 + 6 P_y$$

$$6P_y = 3$$

$$P_y = \frac{1}{2}$$

$$Q_{dy} = -4 + P_x + 5P_y$$

$$= 4 - 6 + \frac{1}{2}$$

$$= -1 \frac{1}{2}$$

- Pengaruh Pajak (t) Pada Keseimbangan Pasar

Jika sesuatu produk dikenakan pajak oleh pemerintah, maka akan terjadi perubahan keseimbangan atas produk tersebut. Pada produk tertentu akan menyebabkan harga produk tersebut naik karena produsen membebankan sebagian pajak pada konsumen, sehingga jumlah produk yang diminta pun berkurang. Keseimbangan pasar sebelum dan sesudah kena pajak dapat digambarkan sebagai berikut.

TG = Pajak total oleh pemerintah = d, b, Et, Pt

TK = Pajak yang ditanggung oleh konsumen = Pt, Po, C, Et

TP = Pajak yang ditanggung oleh produsen = Po, C, B, d

Maka : $TK = (P_t - P_o) Q_t$

$$TG = t.Q_t$$

$$TP = TG - TK$$

Q_t = Jumlah kseimbangan setelah kena pajak.

Contoh soal :

Diketahui suatu produk ditunjukan fungsi permintaan $P = 8 + Q$ dan fungsi penawaran $P = 16 - 2Q$. Produk tersebut dikenakan pajak sebesar Rp. 3,-/unit

- Berapa harga dan jumlah keseimbangan pasar sebelum dan sesudah pajak ?
- Berapa besar penerimaan pajak oleh pemerintah ?
- Berapa besar pajak yang ditanggung kosumen dan produsen ?

Jawab ;

$$a. \quad P_d = P_s$$

$$7 + Q = 16 - 2Q$$

$$P = 7 + Q$$

$$3Q = 9$$

$$P = 7 + 3$$

$$Q = 3$$

$$P = 10$$

Jadi keseimbangan pasar sebelum pajak E (3,10)

$$P_t = 16 - 2Q + t$$

$$= 16 - 2Q + 3$$

$$= 19 - 2Q$$

$$P_t = P_d$$

$$19 - 2Q = 7 + Q$$

$$3Q = 12$$

$$Q = 4$$

$$P_t = 19 - 2Q$$

$$= 19 - 8$$

$$= 11$$

Jadi keseimbangan pasar setelah pajak E (4,11)

b. $TG = t.Q_t$

$$= 3 \cdot 4$$

$$= 12 \text{ (Besarnya penerimaan pajak oleh pemerintah Rp. 12,-)}$$

c. $TK = (P_t - P_o) Q_t$

$$= (11 - 10) 4$$

$$= 4 \text{ (Besar pajak yang ditanggung konsumen Rp. 4,-)}$$

$$T_p = TG - TK$$

$$= 12 - 4$$

$$= 8 \text{ (Besar pajak yang ditanggung produsen Rp. 8,-)}$$

• PENGARUH SUBSIDI PADA KESEIMBANGAN PASAR

Subsidi (s) adalah bantuan yang diberikan pemerintah kepada produsen terhadap produk yang dihasilkan atau dipasarkan, sehingga harga yang berlaku dipasar lebih rendah sesuai dengan keinginan pemerintah dan daya beli masyarakat meningkat. Fungsi penawaran setelah subsidi adalah $F (Q) = P + S$ atau $P = F (Q) - S$

Contoh Soal ;

Permintaan akan suatu komoditas dicerminkan oleh $Q = 12 - 2P$ sedangkan penawarannya $Q = -4 + 2P$ pemerintah memberikan subsidi sebesar Rp. 2,- setiap unit barang.

- berapakah jumlah dan harga keseimbangan sebelum subsidi ?
- berapakah jumlah dan harga keseimbangan sesudah subsidi ?
- berapa bagian dari subsidi untuk konsumen dan produsen ?
- berapa subsidi yang diberikan pemerintah ?

Jawab :

$$\begin{aligned}
 \text{a.} \quad Q_d &= Q_s & Q &= 12 - 2P \\
 12 - 2P &= -4 + 2P & &= 12 - 8 \\
 4P &= 16 & &= 4 \\
 P &= 4 & \text{(Keseimbangan pasar sebelum subsidi So (4, 4))}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b.} \quad Q_d &= 12 - 2P \Rightarrow P = \frac{1}{2} Q_d + 6 & P_d &= P_{ss} \\
 Q_s &= -4 + 2P \Rightarrow P = \frac{1}{2} Q_s + 2 & -\frac{1}{2} Q + 6 &= \frac{1}{2} Q \\
 P_{ss} &= \frac{1}{2} Q + 2 - 2 & Q &= 6 \\
 P_{ss} &= \frac{1}{2} Q & P &= \frac{1}{2} Q \\
 & & P &= 3
 \end{aligned}$$

(Keseimbangan pasar setelah subsidi Ss (6, 3))

$$\begin{aligned}
 \text{c.} \quad SK &= (P_o - P_s) Q_s & SP &= S - ((P_o - P_s) Q_s) \\
 &= (4 - 3) 6 & &= 12 - ((4 - 3) 6) \\
 SK &= 6 & &= 12 - 6 \\
 SG &= Q_s \cdot s & &= 6 \\
 &= 6 \cdot 2 = 12
 \end{aligned}$$

(Besarnya subsidi untuk produsen Rp. 6,-)

(Besarnya subsidi untuk konsumen = Rp. 12,-)

- Subsidi yang diberikan pemerintah

$$\begin{aligned}
 SG &= s \cdot Q_s \\
 &= 2 \cdot 6 \\
 &= 12
 \end{aligned}$$

2.6 Definisi Fungsi Biaya

Biaya atau ongkos pengertian secara ekonomis merupakan beban yang harus dibayar produsen untuk menghasilkan barang dan jasa sampai barang tersebut siap untuk dikonsumsi. Biaya merupakan fungsi dari jumlah produksi, dengan notasi $C = f(Q)$.

C = biaya total

Q = jumlah produksi.

Fungsi biaya merupakan hubungan antara biaya dengan jumlah produksi yang dihasilkan, fungsi biaya dapat digambarkan ke dalam kurva dan kurva biaya menggambarkan titik-titik kemungkinan besarnya biaya di berbagai tingkat produksi. Dalam membicarakan biaya ada beberapa macam biaya, yaitu:

- a. Biaya Total (Total Cost = $TC = C$)
- b. Biaya Variabel (Variable Cost = VC)
- c. Biaya Tetap (Fixed Cost = FC)
- d. Biaya Total Rata-Rata (Average Total Cost = AC)
- e. Biaya Variabel Rata Rata (Average Variable Cost = AVC)
- f. Biaya Tetap Rata-Rata (Average Fixed Cost = AFC)
- g. Biaya Marginal

Rumus :

1. $C = AC \times Q$ atau $C = FC + VC$
2. $FC = AFC \times Q$
3. $VC = AVC \times Q$

Dalam menganalisa biaya umumnya tidak terlepas dari analisa penerimaan atau revenue atau total revenue. Pengertian revenue atau penerimaan adalah seluruh pendapatan yang diterima dari hasil penjualan barang pada tingkat harga tertentu. Secara matematik total revenue dirumuskan sebagai berikut:

- $TR = PQ$. TR = Penerimaan Total, P = Harga Barang dan Q = Jumlah barang yang dijual.
- Penerimaan Rata-rata (AR) adalah penerimaan rata-rata tiap unit produksi, dapat dirumuskan :
 $AR = TR/Q$
- Penerimaan Marginal atau Marginal Revenue adalah tambahan penerimaan sebagai akibat dari tambahan produksi, dirumuskan"

$MR = \Delta TR / \Delta Q$ atau turunan dari TR

MR = Marginal Revenue, ΔTR = Tambahan penerimaan, ΔQ = Tambahan Produksi. Berdasarkan konsep penerimaan dan biaya (TR dan TC) dapat diketahui beberapa kemungkinan diantaranya:

$TR < TC$ = keadaan untung / laba

$TR = TC$ = keadaan Break Even Point

$TR > TC$ = Keadaan rugi.

- ✓ Dilambangkan dengan C (Cost) atau TC (Total Cost)
- ✓ Terdiri atas dua jenis fungsi biaya, yaitu : **Fixed Cost**
- ✓ Fixed cost atau fungsi biaya tetap (FC) merupakan fungsi yang tidak bergantung pada jumlah produk yang diproduksi.
- ✓ Jadi fungsi biaya tetap adalah fungsi konstanta.

$$FC = k$$

Dengan k: konstanta positif

Contoh Soal:

Suatu perusahaan mengeluarkan biaya tetap sebesar Rp. 100.000.000

Bagaimanakah fungsi biaya tetapnya dan gambarkan fungsi tersebut pada grafik kartesius.

Jawab: $FC = 100.000.000$

Variabel Cost

- Variabel cost atau fungsi biaya yang berubah-ubah atau biaya variabel (VC) merupakan fungsi biaya yang besarnya bergantung dari jumlah produk yang diproduksi.
- Jadi: $VC = F(Q)$ merupakan hasil kali antara biaya produksi per unit dengan jumlah barang yang diproduksi.
- Jika P adalah biaya produksi per unit, dimana biaya produksi per unit senantiasa lebih kecil dibandingkan harga jual perunit barang, maka :

$$VC = P \times Q$$

Dengan: P = biaya produksi per unit

Q = jumlah produk yang diproduksi

Contoh Soal:

Suatu produk diproduksi dengan biaya produksi Rp. 3.000 per unit.

Bagaimana fungsi biaya variabelnya dan gambarkan fungsi tersebut pada grafik.

$$\text{Jawab: } VC = P \times Q \rightarrow VC = 3.000 Q$$

Gambar Grafik:

Karena intersepnya tidak ada (nol) maka fungsi biaya variabel digambarkan melalui titik (0,0) dengan gradien positif

Total Cost

- Fungsi Total Cost (TC) merupakan penjumlahan antara biaya tetap dengan biaya variabel.
- $TC = FC + VC$

Contoh:

Dari contoh 2 dan contoh 3 diatas, dimana biaya tetap yang dikeluarkan sebuah perusahaan sebesar Rp. 100.000.000,- dan biaya variabelnya : 3.000 Q, maka $TC = 100.000.000 + 3.000 Q$.

Ternyata intersep dari fungsi total biaya adalah sama dengan biaya tetapnya dan gradiennya sama dengan gradien fungsi biaya tetap. Hal ini mencerminkan bahwa penggambaran fungsi total biaya haruslah melalui titik (0,FC) dan sejajar dengan grafik VC.

2.7 Definisi Fungsi Penerimaan

Fungsi penerimaan disebut juga fungsi pendapatan atau fungsi hasil penjualan, dilambangkan dengan R (Revenue) atau TR (Total Revenue)

- Fungsi Penerimaan merupakan fungsi dari output :
 $R = f(Q)$ dengan Q = jumlah produk yang laku terjual.
- Fungsi penerimaan merupakan hasil kali antara harga jual per unit dengan jumlah barang yang diproduksi dan laku dijual.
- Jika P adalah harga jual per unit, maka :

$$R = P \times Q$$

dengan : P = harga jual per unit

Q = jumlah produk yang dijual

R = total penerimaan

Contoh 1

Misalkan suatu produk dengan harga Rp. 5.000 per unit barang bagaimanakah fungsi penerimaannya? Gambarkan fungsi penerimaan tersebut pada grafik.
Jawab: Fungsi Penerimaan:

$$R = P \times Q \rightarrow R = 5.000Q$$

Gambar Grafik:

Karena intersepnya tidak ada (nol) maka fungsi penerimaan digambarkan melalui titik (0,0) dengan gradien positif

2.8 Definisi Keuntungan, Kerugian dan Pulang Pokok

- **Keuntungan** (profit positif, $\pi > 0$) akan didapat apabila $R > C$.
- **Kerugian** (profit negatif, $\pi < 0$) akan dialami apabila $R < C$.
- Konsep berkenaan dengan R dan C adalah konsep **break-even**, yaitu konsep untuk menentukan jumlah minimum produk yang harus dihasilkan atau terjual agar perusahaan tidak mengalami kerugian.
- Keadaan **break-even** (profit nol, $\pi = 0$) terjadi apabila $R = C$; perusahaan tidak memperoleh keuntungan tetapi tidak pula mengalami kerugian. Secara grafik, hal ini ditunjukkan oleh perpotongan antara kurva R dan kurva C .

Analisis Pulang Pokok (break-even) yaitu suatu konsep yang digunakan untuk menganalisis jumlah minimum produk yang harus dihasilkan atau terjual agar perusahaan tidak mengalami kerugian. Keadaan pulang pokok (profit nol, $\pi = 0$) terjadi apabila $R = C$; perusahaan tidak memperoleh keuntungan tetapi tidak pula menderita kerugian. Secara grafik hal ini ditunjukkan oleh perpotongan antara kurva R dan kurva C .

Tingkat produksi Q_1 dan Q_4 mencerminkan keadaan pulang pokok, sebab penerimaan total sama dengan pengeluaran (biaya) total, $R = C$. Area disebelah kiri Q_1 dan sebelah kanan Q_4 mencerminkan keadaan rugi, sebab penerimaan total lebih kecil dari pengeluaran total, $R < C$. Sedangkan area diantara Q_1 dan Q_4 mencerminkan keadaan untung, sebab penerimaan total lebih besar dari

pengeluaran total, $R > C$. Tingkat produksi Q_3 mencerminkan tingkat produksi yang memberikan penerimaan total maksimum. Besar kecilnya keuntungan dicerminkan oleh besar kecilnya selisih positif antara R dan C . Keuntungan maksimum tidak selalu terjadi saat R maksimum atau C minimum.

Contoh soal:

Penerimaan total yang diperoleh sebuah perusahaan ditunjukkan oleh persamaan $R = -0,1Q^2 + 20Q$, sedangkan biaya total yang dikeluarkan $C = 0,25Q^3 - 3Q^2 + 7Q + 20$. Hitunglah profit perusahaan ini jika dihasilkan dan terjual barang sebanyak 10 dan 20 unit?

Jawab;

$$\pi = R - C = -0,1Q^2 + 20Q - 0,25Q^3 + 3Q^2 - 7Q - 20$$

$$\pi = -0,25Q^3 + 2,9Q^2 + 13Q - 20$$

$$Q = 10 \quad \pi = -0,25(1000) + 2,9(100) + 13(10) - 20$$

$$= -250 + 290 + 130 - 20 = 150 \text{ (keuntungan)}$$

$$Q = 20 \quad \pi = -0,25(8000) + 2,9(400) + 13(20) - 20$$

$$= -2000 + 1160 + 260 - 20 = -600 \text{ (kerugian)}$$

Contoh Soal:

Penerimaan total yang diperoleh suatu perusahaan ditunjukkan oleh fungsi $R = -0,1Q^2 + 300Q$, sedangkan biaya total yang dikeluarkannya $C = 0,3Q^2 - 720Q + 600.000$. Hitunglah:

1. Tingkat produksi yang menghasilkan penerimaan total maksimum?
2. Tingkat produksi yang menunjukkan biaya total minimum?
3. Manakah yang lebih baik bagi perusahaan, berproduksi menguntungkan berproduksi pada tingkat produksi yang menghasilkan penerimaan total maksimum atau biaya total minimum.

Jawab:

$$R = -0,1Q^2 + 300Q$$

$$C = 0,3Q^2 - 720Q + 600.000$$

R maksimum terjadi pada

C minimum terjadi pada

π pada R maksimum

$$Q = 1500 \quad \pi = -0,4Q^2 + 1020Q - 600.000$$

$$= -0,4 (1500)^2 + 1020(1500) - 600.000$$

$$= 30.000$$

1. π pada C minimum

$$2. Q = 1200 \quad \pi = -0,4Q^2 + 1020Q - 600.000$$

$$= -0,4(1200)^2 + 1020(1200) - 600.000$$

$$= 30.000$$

2.9 Definisi Fungsi Utilitas

Fungsi utilitas ialah fungsi yang menjelaskan besarnya utilitas yang berupa kepuasan, dan kegunaan yang diperoleh seseorang dari mengkonsumsi suatu barang atau jasa. Pada umumnya semakin banyak jumlah suatu barang dikonsumsi, maka akan semakin besar utilitas yang diperoleh, kemudian mencapai titik puncaknya (titik jenuh) pada jumlah konsumsi tertentu, sesudah itu justru menjadi berkurang atau bahkan negatif jika jumlah barang yang dikonsumsi terus menerus ditambah. Fungsi utilitas bersifat *relative*, dimana barang atau jasa yang memiliki *utility* bagi orang tertentu belum tentu bagi orang lain. Penerapan fungsi dalam ekonomi dan bisnis merupakan salah satu bagian yang sangat penting untuk dipelajari, karena model-model ekonomi yang berbentuk matematika biasanya dinyatakan dengan fungsi.

- Konsep Utilitas

Pada umumnya semakin banyak jumlah suatu barang dikonsumsi semakin besar utilitas yang diperoleh, kemudian mencapai titik puncaknya (titik jenuh) pada jumlah konsumsi tertentu, sesudah itu justru menjadi berkurang atau bahkan negatif jika jumlah barang yang dikonsumsi terus-menerus ditambah. Utilitas total merupakan fungsi dari jumlah barang yang dikonsumsi. Persamaan utilitas total (*total utility, U*) dari mengkonsumsi suatu jenis barang berupa fungsi kuadrat parabolik, dengan kurva berbentuk parabola terbuka ke bawah.

Utilitas marginal (*marginal utility, MU*) ialah utilitas tambahan yang diperoleh dari setiap satu unit barang yang dikonsumsi. Secara matematik, fungsi utilitas marginal merupakan derivatif pertama dari fungsi utilitas total. Jika fungsi

utilitas total dinyatakan dengan $U = f(Q)$ dimana U melambangkan utilitas total dan Q jumlah barang yang dikonsumsi atau tingkat kepuasannya tetapi terikat

pada fungsi pendapatan, atau sebuah perusahaan yang ingin memaksimumkan labanya namun terikat pada fungsi produksi. Maka suatu cara yang dapat digunakan untuk menentukan titik ekstrim dari suatu fungsi yang bersyarat adalah dengan menggunakan Pengali *Lagrange*, yakni dengan cara membentuk sebuah fungsi baru yang merupakan penjumlahan dari fungsi yang hendak dioptimumkan di tambah hasil kali pengali *Lagrange* λ dengan fungsi kendalanya.

Total Utility atau kepuasan total adalah seluruh kepuasan yang diperoleh konsumen / seseorang dari mengkonsumsi sejumlah barang tertentu. Sedangkan *marginal Utility* atau kepuasan tambahan adalah tambahan kepuasan yang diperoleh seseorang akibat adanya tambahan mengkonsumsi satu unit barang tertentu. Berikut adalah suatu contoh *total utility* dengan *marginal utility* dalam angka:

Tabel 1.

Total Utility dan Marginal Utility Dalam Angka

Jumlah barang “x” yang dikonsumsi (Q_x)	Total Utility (TU_x)	Marginal Utility (MU_x)
0	0	-
1	10	10
2	18	8
3	24	6
4	28	4
5	30	2
6	30	0
7	28	-2

- Aplikasi Fungsi Utilitas

Dalam analisis ekonomi, utilitas sering digunakan untuk menggambarkan urutan preferensi sekelompok barang, contohnya seorang konsumen bernama Anton merasa lebih puas membeli 3 buah buku fiksi ilmiah jika dibandingkan

dengan membeli sehelai kemeja, hal ini berarti buku-buku tersebut memberikan utilitas yang lebih besar dibandingkan dengan kemeja tadi.

Fungsi utilitas dapat ditunjukkan dengan sekumpulan kurva indiferensi, yang masing-masing mempunyai indikator numerik. Pada Gambar 1. berikut ini menunjukkan 3 kurva indiferensi dengan tingkat utilitas sebesar 25, 50 dan 100.

Perlu diingat bahwa ketika kita menggunakan fungsi utilitas, yang kita tekankan adalah konsep ordinal bukan kardinal. Dengan demikian yang perlu kita perhatikan dari gambar di atas, bukan angka numerik seperti 25, 50 dan 100 tetapi bahwa kurva indiferensi dengan utilitas (U) = 100 memberikan kepuasan yang lebih besar dibandingkan dengan utilitas sebesar 50, demikian juga kurva indiferensi dengan utilitas sebesar 50 memberikan kepuasan yang lebih besar dari utilitas sebesar 25.

Syarat utama dalam menetapkan suatu fungsi utilitas adalah bahwa persoalan nilai maksimum dan minimum dari persoalan yang dihadapi harus mencakup persoalan tersebut. Karena itu harus dapat ditentukan terlebih dahulu batasan nilai maksimum dan minimum dari besaran yang akan ditetapkan fungsinya. Untuk menjaga konsistensi, maka batasan nilai jangan terlampaui jauh dari batasan nilai yang ada dalam persoalan yang dibahas, sehingga pengambil keputusan benar-benar menghayati nilai tersebut.

2.10 Definisi Fungsi Produksi / Persamaan Produksi

Kegiatan produksi menyangkut dua persoalan yang mempunyai hubungan fungsional atau saling memengaruhi, yaitu:

1. Berapa output yang harus diproduksi, dan
2. Berapa factor-faktor produksi (input) yang akan dipergunakan.

Dengan demikian, yang disebut fungsi produksia adalah hubungan fungsional (sebab akibat) antara input dan output.

Dalam hal ini input sebagai sebab, dan output sebagai akibat. Jadi, fungsi produksi adalah suatu fungsi atau persamaan yang menunjukkan hubungan antara tingkat output dengan tingkat (kombinasi) penggunaan input-input. Secara matematis fungsi produksi dapat meumuskan sebagai berikut.

Q: Quantity (jumlah barang yang dihasilkan)

F: Fungsi (symbol persamaan fungsional)

C: Capital (modal atau sarana yang digunakan)

L: Labour (tenaga kerja)

R: Resources (sumber daya alam)

T: Technology (teknologi dan kewirausahaan)

Dari persamaan tersebut dapat dikatakan bahwa output merupakan fungsi dari input, artinya setiap barang yang dihasilkan merupakan akibat dari input yang dimasukkan.

Keterangan:

Grafik yang menunjukkan total product (TP)

Grafik AP dan MP pada berbagai tingkat input

Tampak bahwa penggunaan input X menunjukkan produksi total selalu mengalami peningkatan. Adanya penambahan input, mula-mula meningkatkan marginal product dan average product akan tetapi pada titik tertentu akan semakin menurun.

Perilaku sorang produsen atau pengusaha dituangkan dalam mengambil keputusan tentang beberapa input yang akan dipergunakan dan berapa output yang akan dihasilkan, untuk mencapai keuntungan yang maksimum. Proses produksi dapat diartikan sebagai proses urutan kegiatan yang harus dilaksanakan dalam usaha untuk menghasilkan barang maupun jasa. Agar proses produksi mencapai titik optimum, maka diperlukan adanya peningkatan produktivitas dengan jalan menambah factor-faktor produksi.

Akan tetapi menurut David Ricardo penambahan factor produksi tidak selalu dapat memberikan hasil yang sebanding seperti yang digambarkan dalam hukum hasil lebih yang semakin berkurang atau The law of diminishing returns yang berbunyi “Dengan suatu teknik tertentu, maka mulai titik tertentu penambahan factor produksi tidak lagi memberikan penambahan hasil produksi yang sebanding”. Atau dengan kata lain tambahan hasil lama kelamaan akan menurun, meskipun factor produksi terus bertambah.

Contoh:

Tanah: 1 Ha, modal Rp 5.000.000,00

Pekerja	Hasil Total (<i>Total Product</i>)	Tambahan Hasil (<i>Marginal Product</i>)
1	10	10
2	21	11
3	34	13
4	42	8
5	46	4
6	48	2

Law of diminishing returns terjadi pada pekerja yang ke-4 dan seterusnya, yaitu setelah tercapai marginal product maksimum sebesar 13.

2.11 Kurva Transformasi Produk

Kurva tranformasi produk (product tranformation curve) ialah kurva yang menunjukkan pilihan kombinasi jumlah produksi dua macam barang dengan menggunakan masukan yang sama sejumlah tertentu. Kurva ini dikenal juga dengan sebutan kurva kemungkinan produksi (production possibility curve).

Contoh:

Sebuah pabrik yang menggunakan bahan baku kulit menghasilkan sepatu dan tas. Kurva transformasi produk yang dihadapinya ditunjukkan oleh persamaan $4s^2 + 6,25t^2 = 40.000$ Berapa pasang sepatu dan berapa buah tas paling banyak dapat diproduksi? Berapa pasang sepatu dapat dibuat jika pebrik ini memproduksi 60 buah tas?

Jumlah sepatu terbanyak yang dapat dibuat adalah jika pabrik tidak memproduksi tas ($t = 0$). Dengan perkataan lain, seluruh kulit yang tersedia (40.000) unit dialokasikan untuk membuat sepatu.

$$t = 0 \rightarrow 4 s^2 = 40.000, s^2 = 10.000, s = 100 \text{ pasang.}$$

Jumlah tas terbanyak dapat dibuat:

$$S = 0 \rightarrow 6,25 t^2 = 40.000, t^2 = 6.400, t = 80 \text{ buah}$$

Jika $t = 60$

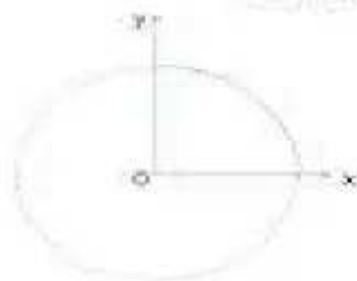
$$4s^2 = 40.000 - 6,25(60)^2$$

$$4s^2 = 17.500$$

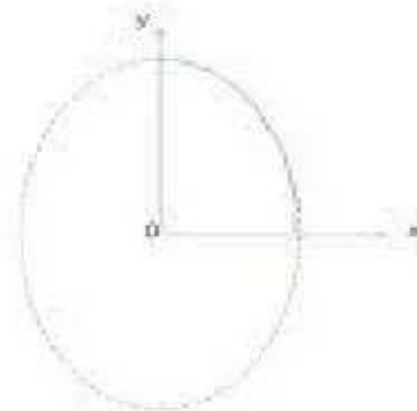
$$S^2 = 4.375$$

$$S = 66,14 = 66 \text{ pasang}$$

Gambar 7.6



Kurva transformasi
produk berupa
potongan lingkaran



Kurva transformasi
produk berupa
potongan elips

BAB III

PENUTUP

3.1 Kesimpulan

Penerapan fungsi dalam ekonomi dan bisnis merupakan salah satu bagian yang sangat penting untuk dipelajari, karena model-model ekonomi yang berbentuk matematika biasanya dinyatakan dengan fungsi. Pada umumnya semakin banyak jumlah suatu barang dikonsumsi, maka semakin besar utilitas yang diperoleh, kemudian mencapai titik puncaknya (titik jenuh) pada jumlah konsumsi tertentu, sesudah itu justru menjadi berkurang atau bahkan negatif jika jumlah barang yang dikonsumsi terus-menerus ditambah.

3.2 Saran

Demikian yang dapat saya paparkan mengenai materi yang menjadi pokok bahasan dalam masalah ini. Tentunya masih banyak kekurangan dan kelemahannya, karna terbatasnya pengetahuan dan kurangnya rujukan atau referensi yang ada hubungannya dengan judul makalah ini. Penyusun banyak berharap pada pembaca dapat memberikan kritik dan saran yang membangun pada penyusun. Demi sempurnanya penyusunan makalah ini, kami berharap kritik dan saran oleh para pembaca.

DAFTAR PUSTAKA

- Dumairy. 2012. *Matematika Terapan untuk Bisnis dan Ekonomi*. Yogyakarta: BPFE Yogyakarta
- <http://web-matematika.blogspot.com/2011/02/penyelesaian-umum-persamaan-kubik.html>
- <http://www.ilmumtk.com/rosihan.lecture.ub.ac.id/lecture/matematika-ekonomi/persamaan.html>
- rosihan.web.id/wp-content/uploads/2010/.../math13.-INTEGRAL.ppt/matematika.html
- <http://www.codecogs.com/eqedit.php>
- <http://web-matematika.blogspot.com/2011/03/metode-korner.thml>
- <http://setyonugroho09.files.wordpress.com/2010/03>